

Nazwa przedmiotu: **MATEMATYKA**

1. Wydział: **Inżynierii Środowiska i Geodezji**
2. Kierunek studiów: **Inżynieria Środowiska**
3. Rodzaj i stopień studiów: **studia I stopnia, inżynierskie, stacjonarne**
4. Nazwa przedmiotu: **Matematyka**
5. Kategoria przedmiotu: **podstawowy**
6. Rok studiów **1**, semestr **1**
7. Liczba godzin ogółem **45 h**, liczba punktów ECTS **5**
8. Liczba godzin wykładów **30 h**, liczba godzin ćwiczeń **15 h** (rodzaj ćwiczeń - **audytoryjne**),
9. Prowadzący: **dr Zbigniew Burdak**
10. Forma zaliczenia: egzamin
11. Cel przedmiotu

Nauczenie i doskonalenie wśród studentów schematów logicznego myślenia. Przekazanie podstawowych wiadomości z dziedzin: logiki, teorii mnogości, analizy matematycznej funkcji jednej zmiennej. Wykształcenie umiejętności posługiwania się metodami matematycznymi w naukach o Ziemi.

12. Wymagane wiadomości (przedmioty poprzedzające): **Matematyka z zakresu szkoły podstawowej, gimnazjum i szkoły średniej.**
13. Streszczenie programu (główna zawartość)

Podstawy logiki – zdanie logiczne jako język wykładanego materiału. Teoria mnogości. Analiza funkcji jednej zmiennej, w tym: funkcja i jej własności, ciągi liczbowe, granica ciągu, granica funkcji, rachunek różniczkowy funkcji jednej zmiennej wraz z zastosowaniami. Szeregi liczbowe i funkcyjne, szereg potęgowy z wzorem Taylora. Ciało liczb zespolonych.

14. Program przedmiotu z rozplanowaniem godzinowym

– Wykłady (30 godz.)

- | | |
|---|---------|
| 1. Podstawowe pojęcia logiki i teorii mnogości. Relacje i ich rodzaje, między innymi relacje równoważnościowe. | 2 godz. |
| 2. Funkcja jako relacja, własności funkcji: funkcja wzajemnie jednoznaczna, monotoniczność, parzystość, okresowość itd. Złożenie funkcji, funkcja odwrotna. | 2 godz. |
| 3. Przegląd podstawowych funkcji, w szczególności funkcje: wykładnicza, logarytmiczna i cyklometryczne. | 2 godz. |
| 4. Ciągi liczbowe – definicja, monotoniczność, granica. Twierdzenia o granicach ciągów, w tym o trzech ciągach. | 2 godz. |
| 5. Szeregi liczbowe – przykłady, zastosowania, kryteria zbieżności. | 2 godz. |
| 6. Ciągłość funkcji, granica funkcji, symbole nieoznaczone. Własność | 4 godz. |

- Darboux, tw. Weierstrassa o osiągnięciu kresów. Granica funkcji, a ciągłość. Twierdzenia o granicach szczególnych funkcji.
7. Granica jednostronna funkcji, asymptoty funkcji – przykłady. 2 godz.
 8. Pochodna funkcji jednej zmiennej, podstawowe twierdzenia w tym o pochodnej złożenia funkcji, pochodnej funkcji odwrotnej. 2 godz.
 9. Różniczkowalność a ciągłość. Pochodne wyższych rzędów, funkcje klasy $C^{(n)}$. Zastosowania pochodnej funkcji: reguła de’L Hospitala, prosta styczna do wykresu funkcji 2 godz.
 10. Zastosowania pochodnej pierwszego i drugiego rzędu do badania przebiegu zmienności funkcji. Przykłady. 4 godz.
 11. Ciągi i szeregi funkcyjne - zbieżność punktowa i jednostajna. Kryterium Weierstrassa. Szereg potęgowy. Twierdzenia o wzorze Taylora z resztą Lagrange’a. 2 godz.
 12. Ciało liczb zespolonych. Płaszczyzna zespolona. Zasadnicze twierdzenie algebry. Postać trygonometryczna liczby zespolonej. Wzór de Moivre’a. 2 godz.
 13. Funkcja pierwotna. Całka Riemanna funkcji jednej zmiennej. 2 godz.
- Ćwiczenia (15 godz.)
1. Teoria mnogości, iloczyn kartezjański zbiorów. Wiadomości o funkcji w oparciu przykłady odwzorowań znane ze szkoły średniej. Obrazy i przeciwobrazy funkcji, wykresy funkcji, przesunięcie wykresu funkcji. Funkcja potęgowa. 2 godz.
 2. Sprawdzian wiadomości ze szkoły średniej. Własności funkcji. Problem istnienia funkcji odwrotnej. Funkcje cyklometryczne. 2 godz.
 3. Ciągi liczbowe – monotoniczność, granica. 2 godz.
 4. Ciągłość funkcji, granica funkcji. 2 godz.
 5. Pochodna funkcji i jej zastosowania 2 godz.
 6. Szeregi liczbowe, kryteria zbieżności. 2 godz.
 7. Szeregi funkcyjne, rozwinięcie w szereg potęgowy. 1 godz.
 8. Liczby zespolone. 2 godz.
15. Zalecana literatura
1. Ptak M., Matematyka dla studentów kierunków technicznych i przyrodniczych Akademia Rolnicza, Kraków 2005.
 2. Krywicki W., Włodarski L., Analiza matematyczna w zadaniach, część I. PWN, Warszawa 2002.
 3. Stankiewicz W., Zadania z matematyki dla wyższych uczelni technicznych, część I. PWN, Warszawa 1982.
16. Uzyskane umiejętności
- Zakres wiedzy studenta pozwala sprawnie wykorzystywać poznane „narzędzia” matematyczne takie jak np. pochodna funkcji w przedmiotach kierunkowych studiów. Posiada również wymaganą wiedzę do kontynuacji przedmiotu Matematyka w kolejnych semestrach studiów.
17. Opublikowany dorobek prowadzących przedmiot w tym zakresie
1. Burdak Z., On the decomposition of pairs of commuting isometries, Annales Polonici Mathematici, 84(2004), 121-135.

Nazwa przedmiotu: **MATEMATYKA**

1. Wydział: **Inżynierii Środowiska i Geodezji**
2. Kierunek studiów: **Inżynieria Środowiska**
3. Rodzaj i stopień studiów: **studia I stopnia, inżynierskie, stacjonarne**
4. Specjalność: **Gospodarka i Inżynieria Wodna**
5. Nazwa przedmiotu: **Matematyka**
6. Kategoria przedmiotu: **podstawowy**
7. Rok studiów **1**, semestr **2**
8. Liczba godzin ogółem **45 h**, liczba punktów ECTS **5**
9. Liczba godzin wykładów **15 h**, liczba godzin ćwiczeń **30 h** (rodzaj ćwiczeń - **audytoryjne**),
10. Prowadzący: **dr Zbigniew Burdak**
11. Forma zaliczenia: zaliczenie
12. Cel przedmiotu

Kontynuacja celów z semestru pierwszego tzn. doskonalenia wśród studentów schematów logicznego myślenia i umiejętności posługiwania się metodami matematycznymi w naukach o Ziemi. Przekazanie podstawowych wiadomości z tematów: przestrzeni wektorowych, rachunku całkowego funkcji jednej zmiennej, elementów analizy funkcji wielu zmiennych (kontynuacja w semestrze trzecim).

13. Wymagane wiadomości (przedmioty poprzedzające): **Matematyka – semestr pierwszy.**
14. Streszczenie programu (główna zawartość)

Rachunek całkowego funkcji jednej zmiennej. Przestrzeni wektorowa, ze szczególnym uwzględnieniem przestrzeni wektorowej macierzy. Odwzorowania liniowe. Geometria analityczna na płaszczyźnie i w przestrzeni (R^3). Analiza funkcji wielu zmiennych: ciągłość funkcji, rachunek różniczkowy, ekstrema lokalne.

15. Program przedmiotu z rozplanowaniem godzinowym

– Wykłady (15 godz.)

1. Definicja przestrzeni wektorowej. Liniowa niezależność wektorów. 1 godz.
Baza i wymiar przestrzeni wektorowej.
2. Przestrzeń wektorowa macierzy. Działania na macierzach. Wyznacznik 1 godz.
macierzy i jego własności. Macierz odwrotna. Rząd macierzy.
3. Układy równań liniowych. Twierdzenie Kroneckera-Capelliego. 2 godz.
Układy Cramera, tw. Cramera. Metody rozwiązywania układów
równań liniowych.
4. Odwzorowania liniowe. Związek odwzorowania liniowego i macierzy. 1 godz.
5. Iloczyn skalarny, wektorowy, mieszany w R^3 z zastosowaniami. 1 godz.
6. Płaszczyzna w przestrzeni afinicznej, R^3 , prostopadłość i równoległość 2 godz.
płaszczyzn, odległość punktu od płaszczyzny. Prosta w przestrzeni
afinicznej R^3 , prostopadłość i równoległość prostych, odległość punktu

- od prostej, odległość prostych skośnych.
7. Ciągłość i granica funkcji wielu zmiennych, przykłady. 2 godz.
 8. Różniczkowalność funkcji wielu zmiennych, pochodne cząstkowe. Macierz Jacobiego, jakobian, współrzędne biegunowe, sferyczne i walcowe. 2 godz.
 9. Pochodne cząstkowe wyższych rzędów. Twierdzenie Schwartza. Wzór Taylora. 1 godz.
 10. Ekstrema lokalne funkcji wielu zmiennych. Funkcje uwikłane i ich ekstrema. 2 godz.
- Ćwiczenia (30 godz.)
1. Metody całkowania funkcji jednej zmiennej. 2 godz.
 2. Całka oznaczona, w tym w granicach niewłaściwych. Obliczanie pól powierzchni ograniczonych krzywymi. 2 godz.
 3. Przestrzeń wektorowa. Liniowa niezależność wektorów. Baza przestrzeni wektorowej. Podprzestrzenie wektorowe. 2 godz.
 4. Przestrzeń wektorowa macierzy. Operacje na macierzach. Obliczanie wyznacznika macierzy metodą rozwinięcia Laplace'a. Obliczanie macierzy odwrotnej. 2 godz.
 5. Obliczanie wyznacznika macierzy wykorzystując operacje niezmiennicze. Obliczanie rzędów macierzy. 2 godz.
 6. Układ równań liniowych a macierze. Rozwiązywanie układów równań poprzez obliczanie macierzy odwrotnej oraz tzw. metodą Cramera. 1 godz.
 7. Zastosowanie twierdzenia Kroneckera-Capellego do rozwiązywania układów równań liniowych. 2 godz.
 8. Odwzorowania liniowe. Związek odwzorowania liniowego z macierzami. Zmiana bazy. Forma kwadratowa i jej określoność. 3 godz.
 9. Wektory w przestrzeniach R^2 , R^3 . Iloczyn wektorowy, skalarny i mieszany oraz ich interpretacje i zastosowania. 2 godz.
 10. Geometria na płaszczyźnie i w przestrzeni. Prosta i płaszczyzna – równania, wektory kierunkowe. Wzajemne położenie prostych, płaszczyzn w przestrzeni R^3 . Wzory na odległość. 2 godz.
 11. Funkcja wielu zmiennych. Obliczanie i geometryczna interpretacja dziedziny funkcji wielu zmiennych. Problem istnienia granicy w przestrzeni wielowymiarowej. 2 godz.
 12. Krzywe stożkowe. 2 godz.
 13. Różniczkowalność funkcji wielu zmiennych, pochodne cząstkowe. Wzór Taylora. Twierdzenia Schwartza. 2 godz.
 14. Ekstrema lokalne i globalne funkcji wielu zmiennych. 2 godz.
 15. Ekstrema funkcji uwikłanych. 2 godz.
16. Zalecana literatura
1. Ptak M., Matematyka dla studentów kierunków technicznych i przyrodniczych Akademia Rolnicza, Kraków 2005.
 2. Krysicki W., Włodarski L., Analiza matematyczna w zadaniach, część I i II. PWN, Warszawa 2002.
 3. Stankiewicz W., Zadania matematyki dla wyższych uczelni technicznych, część I. PWN, Warszawa 1982.

17. Uzyskane umiejętności

Zakres wiedzy studenta pozwala sprawnie wykorzystywać poznane „narzędzia” matematyczne w dalszym toku studiów. Posiada również wymaganą wiedzę do kontynuacji przedmiotu Matematyka w semestrze trzecim..

18. Opublikowany dorobek prowadzących przedmiot w tym zakresie

1. Burdak Z., On the decomposition of pairs of commuting isometries, Annales Polonici Mathematici, 84(2004), 121-135.

Nazwa przedmiotu: **MATEMATYKA**

1. Wydział: **Inżynierii Środowiska i Geodezji**
2. Kierunek studiów: **Inżynieria Środowiska**
3. Rodzaj i stopień studiów: **studia I stopnia, inżynierskie, stacjonarne**
4. Specjalność: **Gospodarka i Inżynieria Wodna**
5. Nazwa przedmiotu: **Matematyka**
6. Kategoria przedmiotu: **podstawowy**
7. Rok studiów **2**, semestr **3**
8. Liczba godzin ogółem **45 h**, liczba punktów ECTS **5**
9. Liczba godzin wykładów **15 h**, liczba godzin ćwiczeń **30 h** (rodzaj ćwiczeń - **audytoryjne**),
10. Prowadzący: **dr Zbigniew Burdak**
11. Forma zaliczenia: egzamin
12. Cel przedmiotu

Nauczenie studentów posługiwania się narzędziami matematycznymi wykorzystywanymi w inżynierii. W szczególności opisywanie zjawisk przyrodniczych przy użyciu równań różniczkowych. Teoria pól wektorowych, rachunku różniczkowego i całkowego w przestrzeni wielowymiarowej.

13. Wymagane wiadomości (przedmioty poprzedzające): **Matematyka – semestr pierwszy.**
14. Streszczenie programu (główna zawartość)

Równania różniczkowe stopnia pierwszego i drugiego – wybrane metody. Krzywa i elementy geometrii różniczkowej. Teoria pól wektorowych. Rachunek całkowity funkcji wielu zmiennych. Całki krzywoliniowe i powierzchniowe. Twierdzenia Greena. Stokes'a, Gaussa Ostrogradzkiego. Szeregi funkcyjne i Fouriera.

15. Program przedmiotu z rozplanowaniem godzinowym

– Wykłady (15 godz.)

- | | |
|--|---------|
| 1. Równanie różniczkowe zwyczajne, definicja, stopień, rozwiązanie. Teoria pola, operatory różniczkowe: nabla, gradient, dywergencja, rotacja. | 2 godz. |
| 2. Definicja krzywej, przykłady. Proste tyczna i normalna do krzywej. Krzywizna krzywej, środek krzywizny, torsja. Tróścian Freneta. | 2 godz. |
| 3. Całka krzywoliniowa zorientowana i niezorientowana. Długość krzywej. | 1 godz. |
| 4. Definicja całki w sensie Riemanna w \mathbb{R}^n po prostopadłościanie, zbiorze ograniczonym. Tw. Fubinięgo na prostopadłościanie. | 2 godz. |
| 5. Definicja obszarów normalnego i regularnego. Tw. Fubinięgo – przypadek obszaru regularnego. Twierdzenie o zamianie zmiennych. | 2 godz. |
| 6. Powierzchnia i jej orientacja. Całka powierzchniowa zorientowana i niezorientowana. Pole powierzchni. | 2 godz. |
| 7. Twierdzenia Greena, Stokesa, Stokesa Gaussa Ostrogradzkiego. | 2 godz. |
| 8. Szeregi funkcyjne i Fouriera. | 2 godz. |

– Ćwiczenia (30 godz.)

1. Przypomnienie całki oznaczonej. Obliczanie pól powierzchni ograniczonych krzywymi zadanymi we współrzędnych kartezjańskich, biegunowych, przy użyciu parametryzacji. 2 godz.
 2. Równania różniczkowe o rozdzielonych zmiennych. 2 godz.
Podstawienia: liniowe, jednorodne, $y' = f\left(\frac{ax+by+c}{dx+ey+f}\right)$
 3. Równanie różniczkowe liniowe jedno- i niejednorodne, równanie Bernoulli'ego, zupełne, czynnik całkujący. 2 godz.
 4. Równania różniczkowe stopnia drugiego sprowadzane do stopnia pierwszego. 2 godz.
 5. Obliczanie operatorów określonych na polu wektorowym: nabra, gradient, dywergencja, rotacja. Prosta normalna i styczna, krzywizna i jej środek – przypadek krzywej w \mathbb{R}^2 . Prosta styczna, płaszczyzna normalna, krzywizna i jej środek, torsja – przypadek krzywej w \mathbb{R}^3 . Płaszczyzny trójścianu Freneta. 2 godz.
 6. Sprawdzian z równań różniczkowych. 2 godz.
 7. Całki krzywoliniowe zorientowane. Całki krzywoliniowe niezorientowane, długość krzywej, pole powierzchni i objętość brył powstałych przez obrót dookoła osi OX (lub OY !) krzywej. 2 godz.
 8. Sprawdzian z krzywej. 2 godz.
 9. Obliczanie całek wielokrotnych, parametryzacje obszaru całkowania w \mathbb{R}^2 . 3 godz.
 10. Całka w \mathbb{R}^3 , obliczanie objętości. 2 godz.
 11. Całki powierzchniowe zorientowane i niezorientowane. Obliczanie pól powierzchni. 3 godz.
 12. Sprawdzian z całek wielowymiarowych + pola powierzchni. 2 godz.
 13. Całki powierzchniowe z zastosowaniem twierdzeń. 2 godz.
 14. Szeregi funkcyjne i Fouriera. 2 godz.
16. Zalecana literatura
1. Ptak M., Matematyka dla studentów kierunków technicznych i przyrodniczych Akademia Rolnicza, Kraków 2005.
 2. Krywicki W., Włodarski L., Analiza matematyczna w zadaniach, część II. PWN, Warszawa 2002.
 3. Stankiewicz W., Zadania matematyki dla wyższych uczelni technicznych, część I. PWN, Warszawa 1982.
17. Uzyskane umiejętności
- Zakres wiedzy studenta pozwala sprawnie wykorzystywać poznane „narzędzia” matematyczne w dalszym toku studiów.
18. Opublikowany dorobek prowadzących przedmiot w tym zakresie
1. Burdak Z., On the decomposition of pairs of commuting isometries, *Annales Polonici Mathematici*, 84(2004), 121-135.
 2. Burdak Z., *On a decomposition for pairs of commuting contractions*, *Studia Mathematica*, 181(2007), 33-45. 2.